MATERIAL DE APOIO

<u>MATEMÁTICA </u> – Turmas 1º AS e 1º PD – Profº Carlos Roberto da Silva (diadematematica.com)

"A Matemática apresenta invenções tão sutis que poderão servir não só para satisfazer os curiosos como, também para auxiliar as artes e poupar trabalho aos homens". (Descartes)

TEORIA DOS CONJUNTOS

Símbolos

$\in$: pertence	$\exists$: existe
$\notin$: não pertence	$\nexists$: não existe
$\subset$: está contido	$\forall$: para todo (ou qualquer que seja)
$\not\subset$: não está contido	$\varnothing$: conjunto vazio
$\supset$: contém	**N**: conjunto dos números naturais
$\not\supset$: não contém	**Z** : conjunto dos números inteiros
/ : tal que	**Q**: conjunto dos números racionais
$\Rightarrow$: implica que	**Q'= I**: conjunto dos números irracionais
$\Leftrightarrow$: se, e somente se ou equivalência	**R**: conjunto dos números reais

Símbolos das operações

$A \cap B$: A intersecção B
$A \cup B$: A união B
A - B: diferença de A com B
A< B: A menor que B
$A \leq B$: A menor ou igual a B
A > B: A maior que B
$A \geq B$: A maior ou igual a B
$A \wedge B$: A e B
$A \vee B$: A ou B

TEOREMA

TEORIA DOS CONJUNTOS

Conjunto é a reunião de elementos que formam um todo, e nos dá idéia de coleção. Exemplo: Um pomar **:** Pomar é um conjunto de árvores frutíferas, onde *pomar* é o todo e *árvore frutífera* é o elemento. A todo o momento lidamos com a formação de conjuntos, seja por aspectos cotidianos, culturais ou científicos. Ao organizarmos nossas roupas, a lista de amigos ou o timinho de futebol, estamos formando conjuntos. A Teoria dos Conjuntos, criada pelo matemático GEORG CANTOR , tornou-se o elemento central da estruturação do conhecimento matemático. Como a idéia era muito abstrata e difícil de ser representada, o lógico inglês JOHN VENN idealizou uma forma simplificada para demonstrar, que são os **diagramas.**

REPRESENTAÇÃO DE UM CONJUNTO

- Enumerando os elementos entre chaves, separados por vírgulas: A={domingo, segunda, terça, quarta, quinta, sexta, sábado} , indicando os dias da semana.
- Um Conjunto pode ser **finito** (quando podemos enumerar todos os elementos) ou **infinito.**

A={1, 2, 3, 4, 5, ...} Conjunto Infinito dos números naturais não nulos.

Obs.: É importante lembrar que as reticências indicam que há mais elementos no conjunto.]

- Expressando uma ou mais propriedades que se verifica para todos os seus elementos (essas propriedades têm que ser exclusivas desses elementos):

B={x ∈ A| x tem a propriedade P}

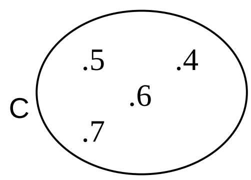
(Lê-se: *x* pertence ao conjunto A tal que *x* possui a propriedade P)

C={x ∈ N | 3 < x < 8}

(*x* pertence ao conjunto dos números naturais tal que *x* é maior que 3 e menor que 8)

Ou seja, C={4, 5, 6, 7}

- Graficamente através do diagrama de Venn



Nomeamos conjuntos com letras maiúsculas e quando utilizamos letras para nomear os elementos, elas têm que ser minúsculas.

RELAÇÃO DE PERTINÊNCIA

O conceito básico da Teoria dos Conjuntos é a relação de pertinência representada pelo símbolo $\in$ (pertence). Para indicarmos que um elemento *a* pertence ao conjunto *A,* escrevemos: $a \in A$ (*lê-se: elemento a pertence ao conjunto A).* Para indicarmos que um elemento *a* não pertence ao conjunto *A,* escrevemos: $a \notin A$ (*lê-se: elemento a não pertence ao conjunto A)*

IGUALDADE DE CONJUNTOS

Observe os conjuntos: A = {4, 5, 6, 7} e B={6, 5, 4,7}
Os conjuntos A e B são iguais, pois possuem os mesmos elementos.
Para indicarmos sua igualdade (A é igual a B): A = B
A negativa é (A é diferente de B): $A \neq B$
Exemplo: A = {2, 4, 6}

B = {3, 4, 5}

$A \neq B$ Pois os conjuntos A e B possuem elementos diferentes

CONJUNTO VAZIO

O Conjunto vazio é o conjunto que não possui elementos

Exemplo: *{ x/x é natural e menor que 0}*

Este conjunto é vazio, pois não existe número natural negativo.

Representa-se o Conjunto Vazio por: { } ou Ø.

SUBCONJUNTOS

Quando todos elementos de um conjunto A pertencem também a um outro conjunto B, diz-se que A é subconjunto de B.

Indica-se: $A \subset B$ (A está contido emB)

Exemplo: A={3,5}
B={0,1,3,5} assim, $A \subset B$

CONJUNTO UNIVERSO

O Conjunto Universo é a reunião de todos os conjuntos a serem estudados no contexto em que estamos trabalhando.
Exemplos:

- Quando falamos sobre biologia, o Conjunto Universo será todos os seres vivos;
- Quando falamos sobre os números naturais, o Conjunto Universo será todos os números inteiros positivos.

Na resolução de equações um dos conjuntos mais importantes é o conjunto R que reúne vários outros conjuntos numéricos.

REUNIÃO OU UNIÃO DE CONJUNTOS

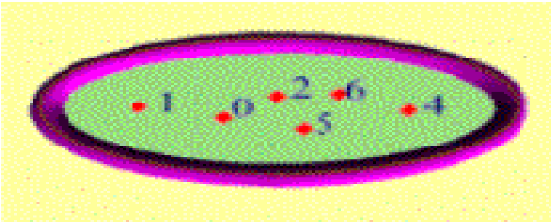
Ao formar-se um novo conjunto com todos os elementos de outros conjuntos, denomina-se esse novo conjunto de conjunto união.

Exemplo: A={0, 1}

B={1, 2, 4, 5, 6}

O conjunto união será C = {0,1,2,4,5,6} e é indicado por $A \cup B$

$A \cup B$



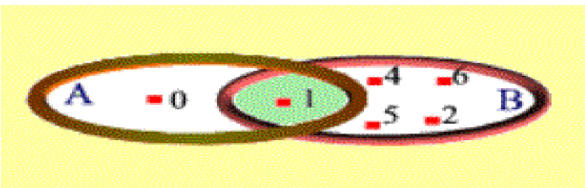
INTERSEÇÃO DE CONJUNTOS

A interseção dos conjuntos A e B é o conjuntos formado pelos elementos que estão simultaneamente nos conjuntos A e B.

Exemplo: A={0, 1}

B={1, 2, 4, 5, 6}

O conjunto interseção de A e B será C = { 1 } e é indicado por $A \cap B$



Obs. : Se a interseção dos conjuntos A e B for o Conjunto Vazio, dizemos que os conjuntos A e B são **disjuntos.**

SUBTRAÇÃO DE CONJUNTOS

Sejam os conjuntos A={0,1,2} e B={1,2,4,5,6}

Vamos formar um conjunto C formado pelos elementos que pertencem ao conjunto A mas não pertencem ao conjunto B.

C = {0}

O conjunto diferença A – B é formado pelos elementos que pertencem apenas ao conjunto A.

COMPLEMENTAR DE UM CONJUNTO

Trata-se de um caso particular da diferença entre dois conjuntos. Assim é , que dados dois conjuntos A e B, com a condição de que B I A , a diferença A - B chama-se, neste caso, complementar de B em relação a A .

Simbologia: **$C_A B = A - B$**.

Caso particular: O complementar de B em relação ao conjunto universo U, ou seja , U - B ,é indicado pelo símbolo B' .Observe que o conjunto B' é formado por todos os elementos que não pertencem ao conjunto B.:

PARTIÇÃO DE UM CONJUNTO

Seja A um conjunto não vazio. Define-se como partição de A, e representa-se por part(A), qualquer subconjunto do **conjunto das partes de A** (representado simbolicamente por **P(A)**), que satisfaz simultaneamente, às seguintes condições:

1 - nenhuma dos elementos de part(A) é o conjunto vazio.
2 - a interseção de quaisquer dois elementos de part(A) é o conjunto vazio.
3 - a união de todos os elementos de part(A) é igual ao conjunto A.

Exemplo: Seja A={2,3,5}
Os subconjuntos de A serão: {2}, {3}, {5}, {2,3}, {2,5}, {3,5}, {2,3,5}, e o conjunto vazio - Ø.

Assim, o **conjunto das partes de A** será:
P(A) = **{** {2}, {3}, {5}, {2,3}, {2,5}, {3,5}, {2,3,5}, Ø **}**

Exercícios

1) Classifique os conjuntos abaixo em vazio, finito ou infinito:

   a) B = { 0, 1 , 2 , ... 70}
   b) C = { x / x é um número positivo}
   c) E= { x/ x é um número ímpar, solução da equação $x^2 = 4$ }

2) Sejam A = { x / x é um número par compreendido entre 3 e 15} B = { x/ x é um número par menor 15 }, C = { x/x é um número diferente de 2 }. Usando os símbolos $\subset ou \not\subset$, relacione entre si os conjuntos :

a) A e B b) A e C c) B e C

3) Sendo A = { 0, 1, 2, 3 }, B = { 0, 2, 3, 5 } , C { x/x é par positivo menor que 10 } e D = { x/x é número ímpar compreendido entre 4 e 10 } , determine:

a) A $\cup B$ b) B $\cup C$ c) A $\cup C$ d) B $\cup D$ e) A $\cup D$

4) Dados A = { 0,2,1,5} e B = { 5,1,6,4 }, determine :

a) A $\cup B$ b) A $\cap B$ c) A – B d) B – A

5) Dados A = { 1,3,5 } B = { 0,2,1,8}, D = { 2 }

a) A $\cup (B \cap D)$ b) A$\cap (B \cup D)$ c) A - (B $\cup D$) d) B – (A – D)

6) Dados A = { 0,1,2,3 } , B = { 1 ,2,3 } C = { 2,3,4,5 }

   a) A – B
   b) A – C
   c) B – C
   d) $(A \cap B)$ - C
   e) (A – C) $\cap$ (B – C)
   f) A - ϕ
   g) C_A^B

7) Dados M = { x/x $\in \Re$ e 0 $\leq x \leq 5\}$ e S = { x/x $\in \Re$ e 1 $\leq x \leq 7\}$, calcule:

   a) M – S
   b) S – M
   c) Determine os números inteiros que pertencem ao conjunto M $\cap S$
   d) Determine os números inteiros que pertencem ao conjunto M $\cup S$

8) Se A , B e $(A \cap B)$ são conjuntos com 90, 50 e 30 elementos respectivamente, determine então o número de elementos A $\cup B$.